

Newton-módszer (több) nemlineáris egyenletrendszer megoldására

Példa:

$$F(x) = (f_1(x), f_2(x))^T = 0 \quad x = (x_1, x_2)^T$$

$$f_1(x) = x_1 + x_2^2 - 5 \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$f_2(x) = x_1^3 - x_2 \sqrt{x_1} - 3$$

Megoldás:

$$J(x) = \begin{bmatrix} 1 & 2x_2 \\ 3x_1^2 - \frac{x_2}{2\sqrt{x_1}} & -\sqrt{x_1} \end{bmatrix}$$

$$n=1: J(x^{(0)}) = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 28,4434 & -1,7321 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}$$

$$-F(x^{(0)}) = \begin{bmatrix} -23 \\ -32,66 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 28,4434 & -1,7321 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23 \\ -32,66 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 282,7019 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23 \\ 621,5382 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \Delta_1 = -1,0144 \quad \Delta^{(0)} = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,0144 \\ 2,1986 \end{bmatrix}$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta^{(0)} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1,0144 \\ 2,1986 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,9856 \\ -2,8014 \end{bmatrix}$$

$n=2:$

$$J(x^{(1)}) = \begin{bmatrix} 1 & -5,6029 \\ 12,8222 & -1,4091 \end{bmatrix} \quad -F(x^{(1)}) = \begin{bmatrix} -4,8337 \\ -8,7763 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -5,6029 \\ 12,8222 & -1,4091 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,8337 \\ -8,7763 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -5,6029 \\ 0 & 70,4324 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,8337 \\ 53,2024 \end{bmatrix} \rightarrow \Delta^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,0686 \\ 0,7554 \end{bmatrix}$$

$$x^{(2)} = x^{(1)} + \Delta^{(1)} = \begin{bmatrix} 1,9856 \\ -2,8014 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,0686 \\ 0,7554 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,9170 \\ -2,0460 \end{bmatrix}$$

$n=3:$

$$J(x^{(2)}) = \begin{bmatrix} 1 & -4,0921 \\ 6,6174 & -1,1765 \end{bmatrix} \quad -F(x^{(2)}) = \begin{bmatrix} -0,5706 \\ -2,0592 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -4,0921 \\ 6,6174 & -1,1765 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5706 \\ -2,0592 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Delta^{(2)} = \begin{bmatrix} -0,2994 \\ 0,0663 \end{bmatrix}$$

$$x^{(3)} = x^{(2)} + \Delta^{(2)} = \begin{bmatrix} 1,9170 \\ -2,0460 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,2994 \\ 0,0663 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,6176 \\ -1,9797 \end{bmatrix}$$

$$\dots x^{(4)} = \begin{bmatrix} 1,0048 \\ -1,9989 \end{bmatrix} \quad x^{(5)} = \begin{bmatrix} 1,0000 \\ -2,0000 \end{bmatrix} = x^{(6)} = x^{(7)}$$